Universidad Autónoma de Sinaloa

Escuela de Ingeniería de Mazatlán

Licenciatura en Ingeniería Civil

Edición 2023

Laboratorio de Mecánica de Materiales 2

Edición 2023

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SINALOA
ESCUELA DE INGENIERÍA MAZATLÁN
LABORATORIO DE MÉCANICA DE MATERIALES II

Práctica # 1.-

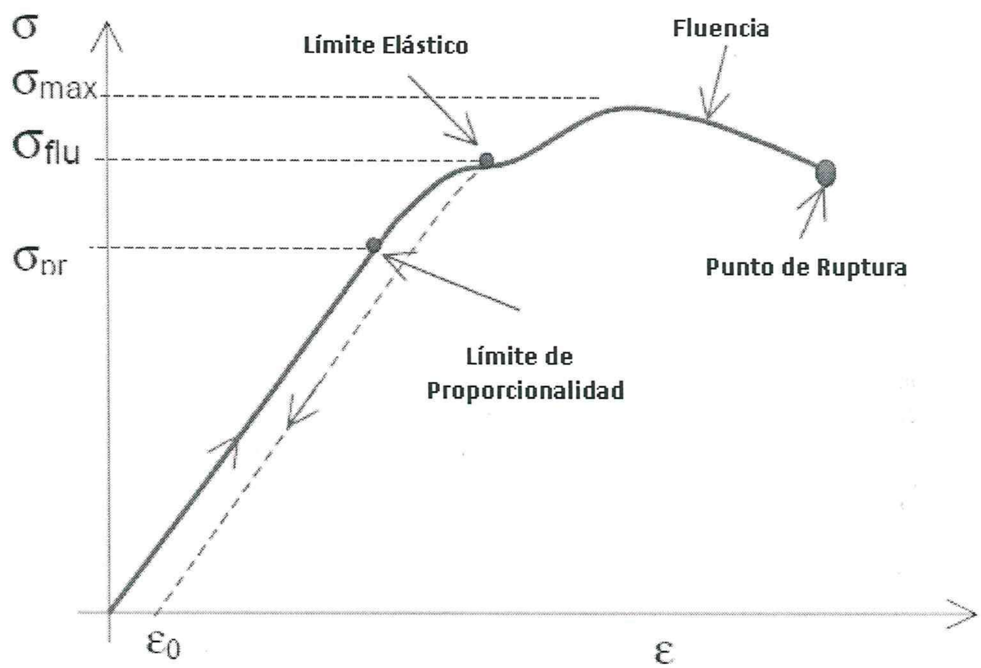
I.- FLEXIÓN DE ELEMENTOS DEBIDA A CARGAS TRANSVERSALES

Determinación de la carga última de una viga simplemente apoyada, compuesta por placas superpuestas y de una viga con la misma sección transversal hecha de una sola pieza.

Objetivo de la práctica:

Determinar experimentalmente la propiedad mecánica en una viga de acero sometida a flexión, observando la falla a flexión en una probeta de metal.

Los materiales a emplear en la práctica son barras de acero estructural A-36, con sección cuadrada de ½" por lado, así como dos soleras de ¼" x ½", los cuales estarán simplemente apoyadas en sus extremos, a los que se les aplicará una carga concentrada incrementada gradualmente, además, se ira midiendo las deflexiones generadas por el incremento de la carga en el punto de máxima deformación.



Curva típica que relaciona el esfuerzo aplicado σ y la deformación unitaria **ε**

En la gráfica anterior se observa al principio de la aplicación de la carga, la deformación es proporcional al esfuerzo aplicado en la zona de validez de la Ley de Hooke, esto ocurre hasta que el esfuerzo aplicado alcanza un valor llamado "límite de Proporcionalidad".
Si el material es sometido hasta este valor de esfuerzo, al suprimir el mismo, el material retoma su

forma original sin sufrir una deformación permanente.
En caso contrario, si se excede este Límite Elástico y se suprime el esfuerzo aplicado, el material queda permanente deformado. Este hecho se indica en la figura por medio de las líneas punteadas.
En la gráfica el valor **εo**, indica la magnitud de la deformación permanente, hasta el límite de proporcionalidad $\varepsilon o < 10^{-4}$. El punto de fluencia se define como la intersección de una paralela a la línea de la zona elástica que pasa por el punto de deformación permanente $\boldsymbol{\varepsilon}_f = 0.002$ (2%).

Sabemos que el acero tiene como valor de E = 2'039,000 kg/cm^2

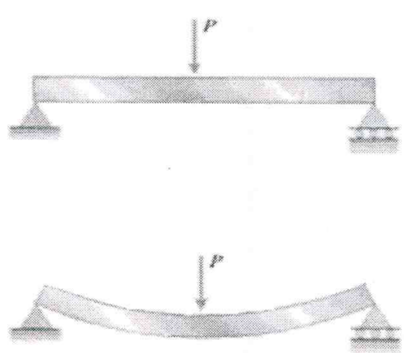
Propiedades del acero estructural A-36

Límite de Fluencia F_y = 36,000 PSI = 2,533 kg/cm^2
Tensión Última = 58,000 PSI = 4,081 kg/cm^2

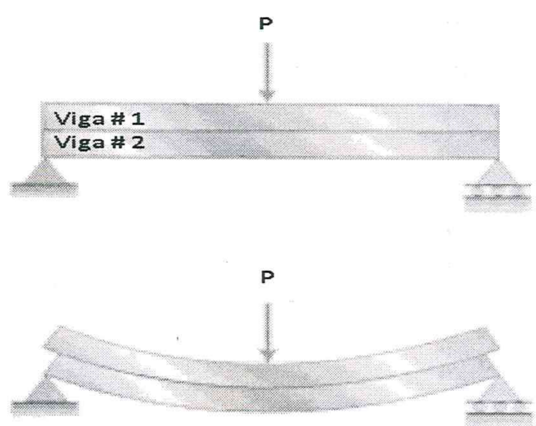
Como se mencionó anteriormente, el material a emplear en nuestra práctica es perfil cuadrado de ½", así como solera de ¼" x ½", siendo sus características las siguientes:

Cuadrado de ½"	**Solera de ¼" x ½"**
	b = 1.27 cm
h = 1.27 cm	**h = 0.635 cm**
h/2 = 0.635 cm	**h/2 = 0.3175 cm**
A = 1.6129 cm^2	**A = 1.6129 cm^2**
I = 0.21679 cm^4	**I = 0.21679 cm^4**
S = 0.3414 cm^3	**S = 0.3414 cm^3**

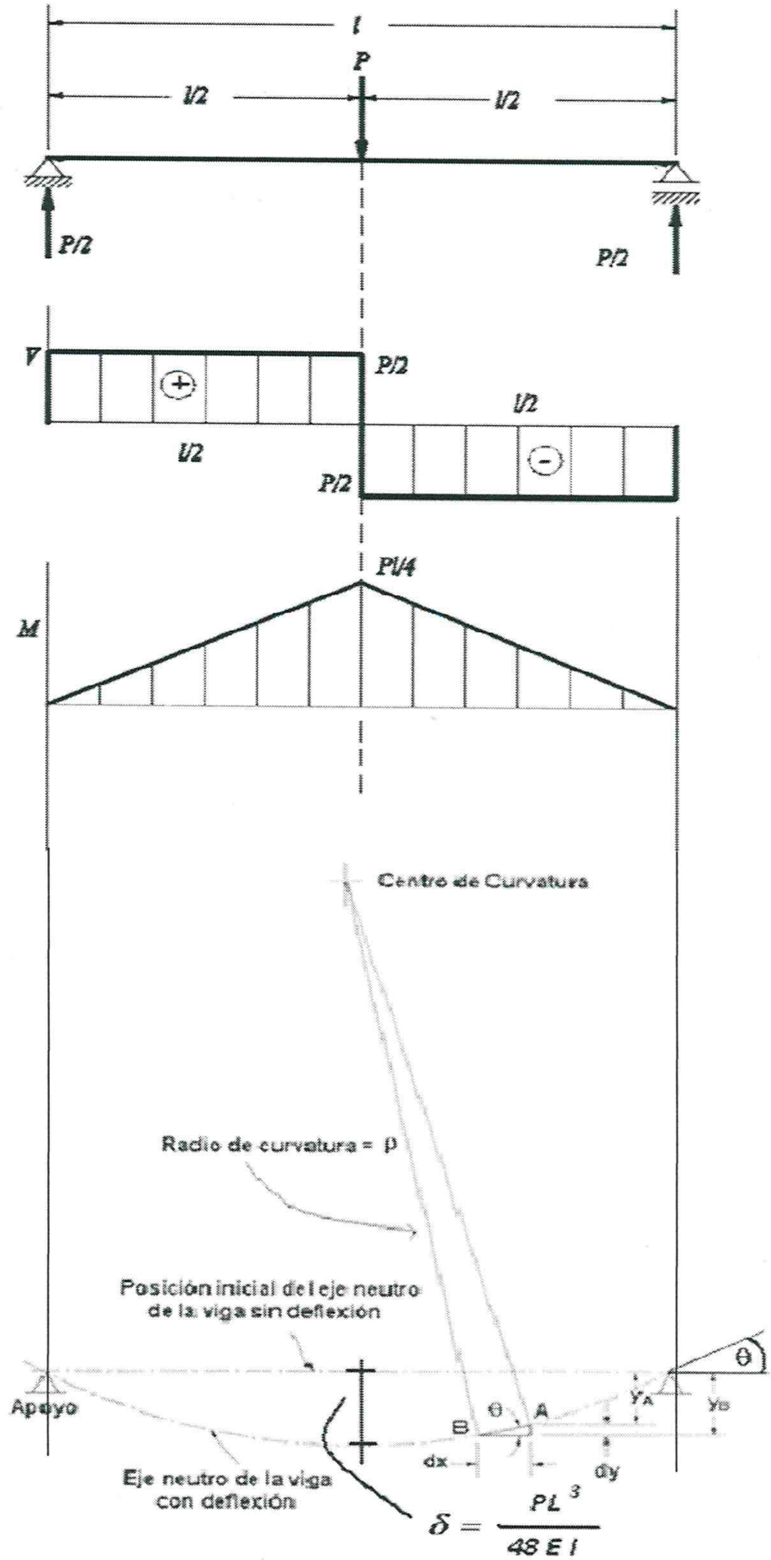
La longitud del claro en nuestra prueba es: L = 84 cm



Flexión de una viga



Flexión de dos vigas separadas



l
P
l/2
l/2
P/2
P/2
V
P/2
l/2
l/2
P/2
Pl/4
M
Centro de Curvatura
Radio de curvatura = ρ
Posición inicial del eje neutro
de la viga sin deflexión
θ
Apoyo
θ
A
B
y_A
y_B
dx
dy
Eje neutro de la viga
con deflexión
$\delta = \frac{PL^3}{48EI}$

El esfuerzo convencional normal de una fibra extrema traccionada es igual a:

$$\sigma = \frac{Mflex}{Sx}$$

Dónde:

El momento flector es: $\boldsymbol{M_{flex}} = \frac{PL}{4}$

El módulo de sección es: $\boldsymbol{S} = \frac{I}{l/2}$

El momento de Inercia de una sección cuadrada es: $\boldsymbol{I} = \frac{l^4}{12}$

El esfuerzo ahora es: $\boldsymbol{\sigma} = \frac{3PL}{4l^3}$

Ahora se aplicará carga a nuestra varilla cuadrada de ½" la cual se incrementará gradualmente así como su deflexión, las cuales se estarán anotando en la siguiente tabla lo que nos permitirá graficarla hasta que la gráfica deje de presentarse como una línea recta y presentará una mayor deformación cuando se acerque al valor de F_y.

CARGA kg	**ESFUERZO CALCULADO**	**FLECHA REAL**	**FLECHA CALCULADA**
P	$\sigma = 3PL/2h^3$	δ_{real}	$\delta_{calc} = PL^3/48EI$

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SINALOA
ESCUELA DE INGENIERÍA MAZATLÁN
LABORATORIO DE MÉCANICA DE MATERIALES II

Práctica # 2.-

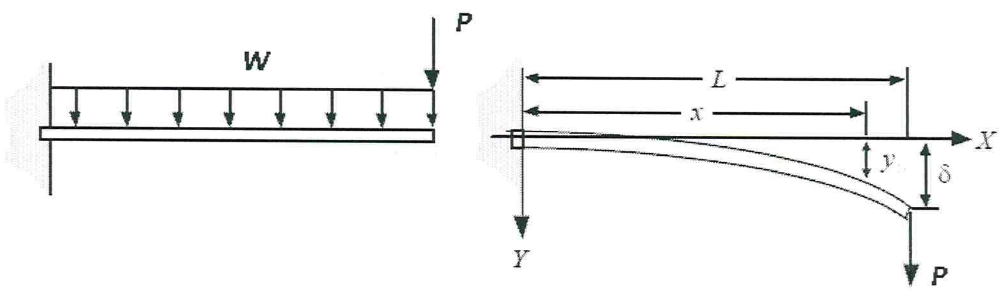
I.- FLEXIÓN DE ELEMENTOS DEBIDA A CARGAS TRANSVERSALES

Determinación del módulo de elasticidad del aluminio en un ensaye de una viga en cantiliver

El objetivo en esta práctica es el estudio de la flexión de una viga en voladizo para pequeños desplazamientos o pequeñas pendientes de la Elástica, bajo la acción de una fuerza concentrada vertical aplicada en su extremo libre, así como la determinación del Módulo de Young de nuestra viga.

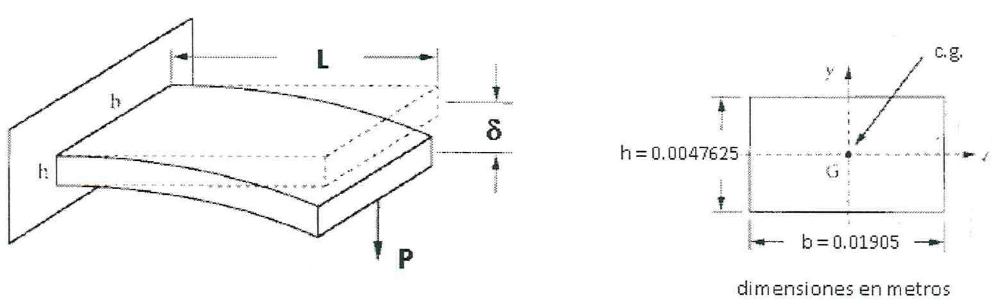
Es necesario recordar que la mayor parte de las estructuras de ingeniería se diseñan para sufrir deformaciones relativamente pequeñas, además, involucran solo la parte recta del diagrama **Esfuerzo-Deformación** correspondiente.

Se trata de una viga con un extremo empotrado y con el otro libre y debido a la acción de la fuerza aplicada la viga se deflexiona.



Para realizar esta práctica se va a utilizar como viga una solera de aluminio estructural tipo 6063 – T6 de 3/16" x ¾" de 50 cm de longitud y de su extremo libre se irán colgando las pesas.
El perfil 6063 – T6 tiene las siguientes características:

Esfuerzo máximo a la flexión $\boldsymbol{\sigma_y}$ = 160 N/mm^2 = 25,333 psi = 1,783 kg/cm^2 con un **F.S. = 1.5**
Módulo de Elasticidad de Young = E = 70,000 N/mm^2 = 1.015 x 10^7 psi = 707,220 kg/cm^2)



Cuando se aplica una fuerza P en el extremo libre, la viga se deforma respecto a su posición original, es decir, respecto a la posición que tenía cuando la viga estaba deformada debido únicamente a su peso propio.

$$\delta = \frac{WL^3}{8EI}$$

Debido a lo anterior el extremo libre de la viga se desplaza una distancia δ respecto a esa posición al que se le conoce como "Flecha de Flexión"

$$\delta = \frac{PL^3}{3EI}$$

Para pequeños desplazamientos de la viga, es decir, para pequeñas pendientes de la curva elástica, la flecha de flexión δ debida a la fuerza aplicada **P** es directamente proporcional a dicha fuerza y la forma de eliminar la constante de proporcionalidad lo hacemos sustituyendo a la **"Constante de Flexibilidad"**

$$\boldsymbol{\delta \; \alpha \; P}$$

$$\boldsymbol{\delta = C_f \; P}$$

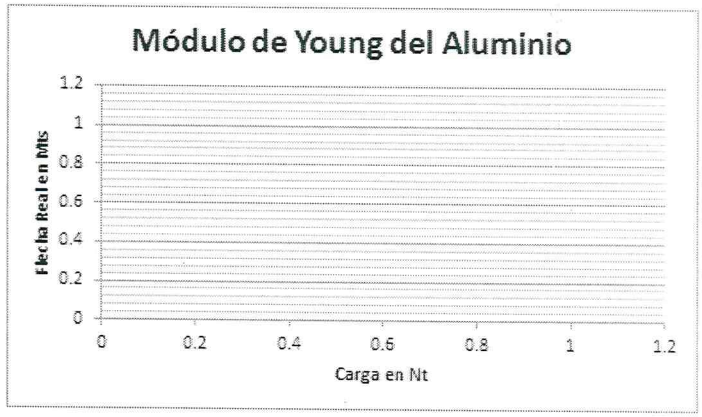
La constante de flexibilidad está en función de la longitud de la viga **L**, también del Módulo de Young del material de la viga así como del Momento de Inercia de la sección transversal de la viga respecto al Eje Neutro.

$$\mathbf{Cf} = \frac{\boldsymbol{L^3}}{\boldsymbol{3EI}}$$

Es posible determinar el Módulo de Young del material estudiando el desplazamiento vertical δ del extremo libre de la viga, cuando se aplican distintas fuerzas puntuales P en dicho extremo libre. Para ello basta representar gráficamente el desplazamiento vertical en función de la carga y para pequeños desplazamientos de la viga se obtiene una recta que se debe ajustar por el Método de los Mínimos Cuadrados. Y así la pendiente de la recta generada es la constante de flexibilidad C_f

Primeramente se medirá la deflexión generada por el peso propio de la viga y posteriormente la que se genera por el gancho soporte y posteriormente las cargas añadidas.

P Kg	P Nt	δ real m	δ calculada m



$C_f =$ $\quad E = \frac{L^3}{3CfI} =$

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SINALOA
ESCUELA DE INGENIERÍA MAZATLÁN
LABORATORIO DE MÉCANICA DE MATERIALES II

III.- DEFLEXIONES EN VIGAS

Práctica 3.- Determinación de desplazamientos en una viga simplemente apoyada

Objetivo de la práctica:

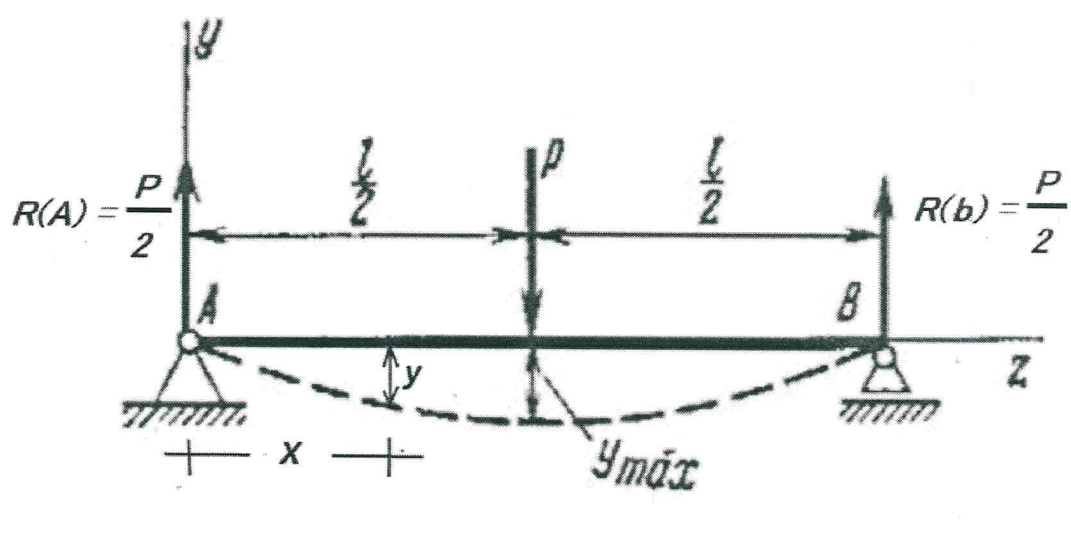
Comparar resultados teóricos y experimentales en una viga mediante la Ecuación de la Elástica. (método de doble integración)

Introducción:

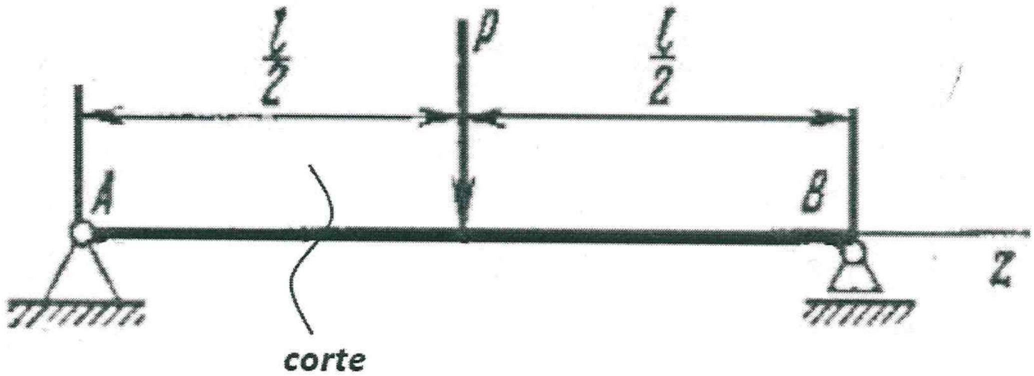
La deflexión en una viga es el desplazamiento en la dirección "Y" de cualquier punto sobre el eje de la viga. Debido a que el eje "Y" es positivo hacia arriba, las deflexiones también son positivas hacia arriba. El cálculo de la deflexión máxima de una viga bajo una carga dada es de interés particular, ya que las especificaciones de diseño incluyen generalmente un valor máximo admisible para la deflexión.

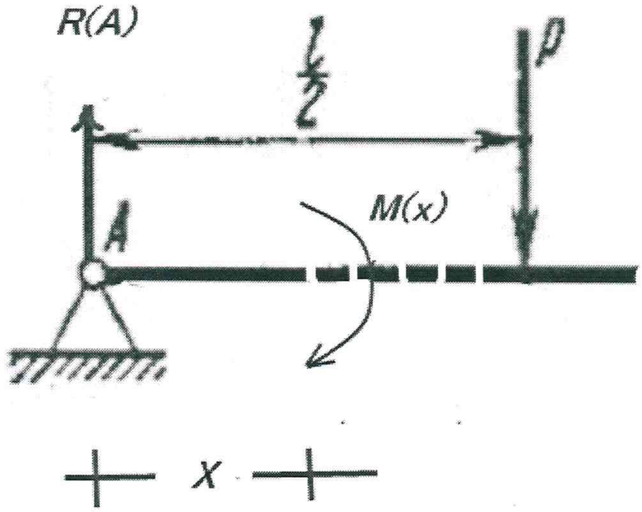
Para determinar la pendiente y la deflexión de la viga en cualquier punto, se deduce primero la siguiente ecuación diferencial lineal de segundo orden que caracteriza a la curva de la elástica o forma de la viga deformada.

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI}$$



El conocimiento de la curvatura en varios puntos de la viga permitirá deducir algunas conclusiones generales con respecto a la deformación de la viga bajo la carga





Con la fórmula anteriormente obtenida, podemos determinar teóricamente el desplazamiento vertical en nuestra viga, ya sea al centro del claro ó en cualquier otro punto "x" que se requiera debido a la carga concentrada aplicada al centro de nuestro claro de 84 cms.
El material a emplear en nuestra práctica es un perfil cuadrado de ½" de acero A-36 y en lla siguiente lista se muestran als características.

L = 84 cm

H = 1.27 cm

B = 1.27 cm

I = cm^4

P = Kg

E = 2'040,000 kg/cm^2

	X = cm	X = cm	X = cm	X = cm
$\delta_{teórica}$				
δ_{real}				

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SINALOA
ESCUELA DE INGENIERÍA MAZATLÁN
LABORATORIO DE MECÁNICA DE MATERIALES II

Práctica # 4.

IV.- COLUMNAS

Determinación de la carga crítica en columnas de distinta longitud y diferentes apoyos.

INTRODUCCIÓN:

Las columnas son elementos estructurales largos y delgados que se caracterizan por estar sometidos a cargas axiales de compresión. Al igual que otros elementos estructurales, las columnas deben cumplir con ciertos requisitos de seguridad como resistencia y estabilidad. Sin embargo, la presencia de cargas axiales de compresión sobre elementos largos y delgados causa que éstos presenten alguna deflexión lateral. Dicha deflexión es la forma en que fallan las columnas y a este tipo de falla se le conoce como *pandeo*. Este fenómeno tiene una importancia particular, pues la inestabilidad que sufre una columna debido al *pandeo* puede desencadenar una falla repentina y dramática en una estructura capaz de colapsarla.

(a) **(b)**

Definición del elemento estructural conocido como columna.

(a).- La columna no sufre pandeo si $\mathbf{P = P_{cr}}$

(b).- La columna sufre pandeo en el momento en que $\mathbf{P>P_{cr}}$

En virtud de lo anterior, resulta de gran importancia conocer el límite de estabilidad que tiene una columna, es decir, conocer la carga máxima de compresión que puede aplicarse a un elemento de este tipo sin que se presente el fenómeno de *pandeo*. A esta carga límite se le conoce como *carga crítica*, P_{cr}, (fig. a). Cualquier carga adicional a P_{cr} causará una deflexión en la columna como la que se aprecia en la fig. b. Por lo tanto, puede afirmarse lo siguiente:

- Si la carga aplicada a la columna es menor que la carga crítica ($P < P_{cr}$) entonces la columna es estable.
- Si la carga aplicada a la columna es mayor que la carga crítica ($P > P_{cr}$) entonces la columna es inestable.
- Si la carga aplicada a la columna es exactamente la carga crítica ($P = P_{cr}$) entonces la columna se encuentra en equilibrio neutro.

OBJETIVOS:

- El alumno determinará experimentalmente las cargas críticas que provocan la falla de elementos estructurales conocidos como columnas bajo diferentes tipos de apoyos.
- Se calcularán analíticamente los valores de las cargas críticas antes mencionadas y se compararán con los resultados experimentales.

TEORÍA:

Las columnas se clasifican en términos de su longitud como cortas y largas. La falla de las columnas cortas generalmente es por aplastamiento y la de las largas por pandeo, que es una falla por inestabilidad más que por resistencia. Las columnas largas son miembros en los cuales la longitud del elemento es relativamente mayor comparada con su menor dimensión lateral.

Esbeltez de Columnas
Columnas Cortas $\lambda = \frac{L}{\phi} \leq 10$
Columnas Largas $10 \leq \frac{L}{\phi} \leq 40$
Columnas Muy Largas $\lambda = \frac{L}{\phi} > 40$

Columnas Cortas

Resisten la fuerza que ocasiona su plastificación completa $\mathbf{P_y = A_t F_y}$. Su capacidad de carga no es afectada por ninguna forma de inestabilidad; la resistencia máxima depende solamente del área total, de sus secciones transversales y del esfuerzo de fluencia del acero Fy. Su falla es por aplastamiento.

Columnas Largas

Son las más comunes en estructuras y su falla es por inestabilidad inelástica, pero su rigidez es suficiente para posponer la iniciación del fenómeno hasta que parte del material está plastificado. Su resistencia depende tanto de la rigidez del miembro, esfuerzo de fluencia, forma y dimensiones de sus secciones transversales y distribución de los esfuerzos residuales.

Columnas Muy Largas

Las columnas largas se pandean en el intervalo elástico; el fenómeno inicia bajo esfuerzos menores que el límite de proporcionalidad, y la carga crítica es menor que la fuerza **Py**. Si la columna es demasiado larga, la carga crítica de pandeo puede ser una fracción reducida de la fuerza que

ocasionaría su plastificación total.
Si una carga pequeña se aplica a una columna, esta mantiene su forma lineal y continúa así a medida que la carga se incrementa. A un cierto nivel de carga la columna súbitamente se vuelve inestable y se pandea o deforma. Cuando la columna se ha pandeado ya no es capaz de soportar carga adicional. Si se incrementa la carga, causará más pandeo y llevará al rompimiento de la columna. Esto se conoce como segunda falla de la columna, ya que la máxima capacidad de carga de ésta es la asociada al pandeo inicial. Una columna en pandeo esta fuera de servicio.

El fenómeno del pandeo está asociado con la rigidez del elemento. Una columna con baja rigidez se pandeará antes que una con mayor rigidez. Un incremento en la longitud de la columna hará que a una menor carga se pandee.

La carga crítica de pandeo depende directamente de la rigidez de la columna e inversamente del cuadrado de la longitud:

El valor de la carga crítica (P_{cr}) es obtenido a través de la solución de la ecuación diferencial que relaciona el momento interno de la columna con su deflexión

$$EI\frac{d^2v}{dx^2} = M(x)$$

Para poder resolver la Ec. **(1)** es necesario establecer el momento interno *M(x)* al que se encuentra sometido la columna. El paso siguiente consiste en resolver la ecuación diferencial hasta obtener una función que represente la deflexión *v* de la columna. Dicha función requerirá de algunas constantes de integración, las cuales son obtenidas a través de las condiciones de frontera que correspondan al tipo de sujeción de la columna, de la misma manera que se representan las condiciones de frontera de vigas cuando se emplea la Ec. **(1)**. En general se pueden presentar los siguientes casos de sujeción de los extremos de una columna:

a) Articulada – Articulada.
b) Fija – Libre.
c) Fija – Fija.
d) Fija – Articulada.

Después de resolver la Ec. **(1)** y encontrar las constantes de integración correspondientes a las condiciones de frontera se obtiene la siguiente ecuación, conocida como la ecuación de Euler (en honor al matemático suizo Leonhard Euler, quien resolvió este problema en 1757), que determina la carga crítica P_{cr} como:

$$Pcr = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

Esta ecuación se conoce como carga crítica de Euler.

La forma de pandeo depende de las condiciones de apoyo de la columna y de su geometría. En esta práctica se trata de visualizar las formas de pandeo de diferentes “columnas”, tomando en cuenta que la relación de esbeltez es el cociente de la longitud efectiva de una columna entre el radio de giro de la sección transversal, siendo esta posible de determinarse a través de la raíz cuadrada del cociente del momento de inercia entre el área de la sección.

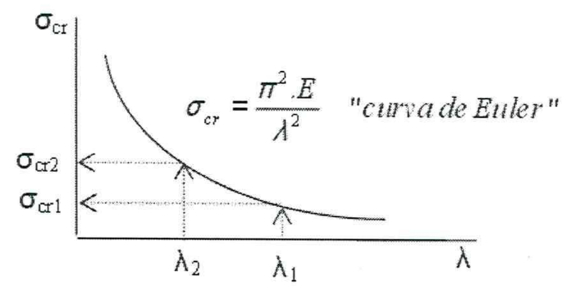
Obviamente a mayor diámetro, para una misma longitud, se tendrá una menor relación de esbeltez y por tanto una carga critica mayor. Es decir se requerirá una mayor fuerza o carga axial para producir pandeo en una barra.

La carga admisible para una columna es el cociente que resulta de dividir la carga critica de pandeo entre el factor de seguridad.

Como la carga crítica depende de la relación de esbeltez, a menor relación de esbeltez, mayor capacidad de carga de la columna, según la expresión:

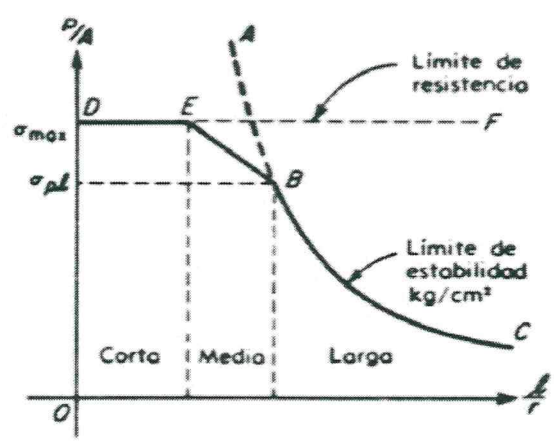
$$Pcr = \frac{\pi^2 E\, A}{(L/r)^2}$$

Con esta fórmula podemos obtener el esfuerzo crítico σ_{cr2} y se puede representar en el siguiente diagrama, donde se deduce que a medida que disminuimos la esbeltez λ de la columna ($\lambda_2 < \lambda_1$) el esfuerzo crítico σ_c aumenta ($\sigma_{cr2} > \sigma_{cr1}$), es decir, aumenta la capacidad de la columna para resistir más cargas sin que se produzca el Pandeo



Curva de Euler

Con el diagrama anterior se puede describir esta propiedad en relación a la esbeltez de las columnas.



Disminución del esfuerzo de trabajo a compresión según la esbeltez de la columna

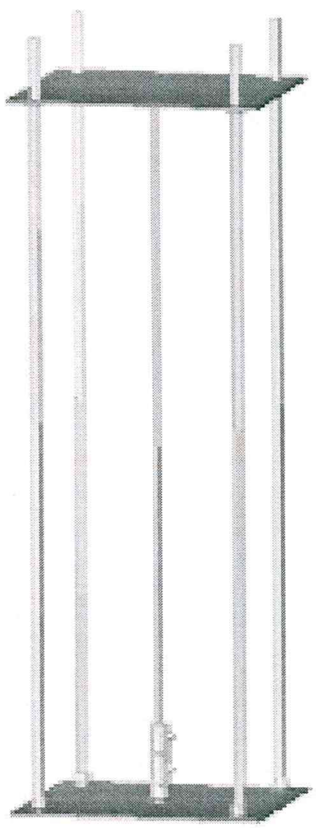
Para una sección circular, mientras más alejada este la masa del centro de la Sección, mayor será el momento de inercia y por ende mayor el radio de giro, por lo que las secciones circulares huecas son muy efectivas para tomar flexión y por ende para tener mayor resistencia al pandeo. Así, para una sección circular hueca y considerando R como el radio mayor de la sección y r el radio menor, la carga crítica puede expresarse como:

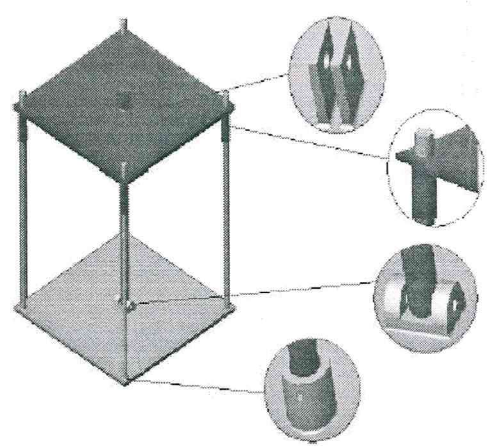
$$Pcr = \frac{\pi^3 E(R-r)^4}{L^2}$$

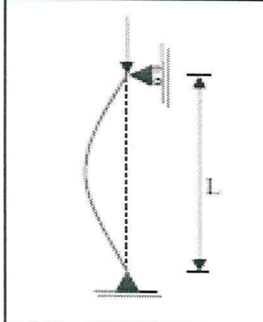
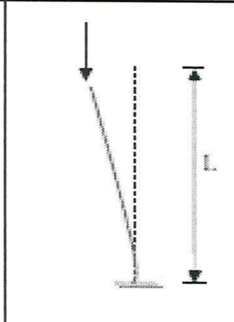
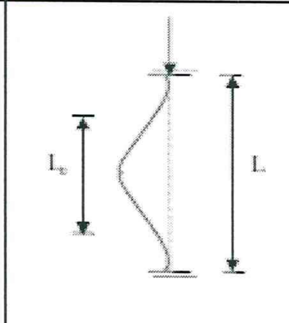
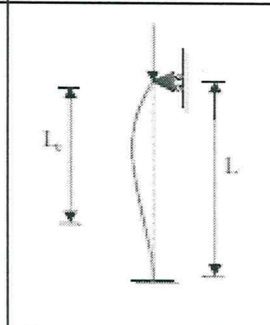
Y entonces, para una mismo material, misma longitud, a mayor valor de (R – r), mayor carga crítica.

PROCEDIMIENTO

El equipo a utilizar para esta práctica se muestra en las siguientes figuras en donde se someterá a las "columnas" a carga hasta que se presente el pandeo en cada una de ellas, al observar las deflexiones se podrá comparar el pandeo para los diferentes casos de apoyo, posteriormente se registrará el valor máximo de carga, esto es, sin que se presente la deformación en todos los tipos de apoyo que se tiene. (columnas doblemente empotradas, también doblemente articuladas, así como las combinadas).





Articulada-articulada	Empotrada-libre	Empotrada-empotrada	Empotrada-articulada
$P_{cri} = \dfrac{E.I.\pi^2}{L^2}$	$P_{cri} = \dfrac{E.I.\pi^2}{4L^2}$	$P_{cri} = \dfrac{4.E.I.\pi^2}{L^2}$	$P_{cri} = \dfrac{2.046.E.I.\pi^2}{L^2}$
			
$Le = L$	$Le = 2L$	$Le = 0.5L$	$Le = 0.699L$

En esta práctica se analizará los casos de una columna articulada en ambos extremos, así como una columna empotrada en ambos extremos con probetas de diámetro de ¼" y ⅜" debiendo anotar cada disposición y reportando sus resultados y conclusiones

Para ambas columnas complete las tablas correspondientes

Columnas de ¼" con apoyos articulados, L = 30 cm y K = 1		
Carga Crítica Real (Kg)	Carga Crítica Calculada (Kg)	% de Error
	$P_{cr} = \dfrac{\pi^2 EI}{(KL)^2} = \dfrac{\pi^2 EI}{L^2} =$	

Columnas de ¼" con apoyos empotrados, L = 30 cm y K = 0.5		
Carga Crítica Real (Kg)	Carga Crítica Calculada (Kg)	% de Error
	$P_{cr} = \dfrac{\pi^2 EI}{(KL)^2} = \dfrac{\pi^2 EI}{(0.5L)^2} =$	

Columnas de ⅜" con apoyos articulados, L = 45 cm y K = 1		
Carga Crítica Real (Kg)	Carga Crítica Calculada (Kg)	% de Error
	$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} =$	

Columnas de ⅜" con apoyos empotrados, L = 45 cm y K = 0.5		
Carga Crítica Real (Kg)	Carga Crítica Calculada (Kg)	% de Error
	$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} = \frac{\pi^2 EI}{(0.5L)^2}$	